Name:

Mathematik-Dossier
1 - Funktionen
(angepasst an das Lehrmittel Mathematik 3)

Inhalt:

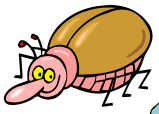
- **Die lineare Funktion**
- **Nicht lineare Funktionen**

Bemerkung

- **Ich verweise für weitere Übungen auf das offizielle Lehrmittel und die passenden Übungsaufgaben auf der Webseite www.mathematik-sek1.ch**

Verwendung:

Dieses Dossier dient der Repetition und Festigung innerhalb der obgenannten Themen. Es beinhaltet einen kurzen Theorie-Teil, sowie verschiedene Übungen mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden.

einfache Aufgaben sind mit einem  *gekennzeichnet*

schwierigere Aufgaben sind mit einem *gekennzeichnet.*

Die Aufgaben müssen in der Freizeit (oder in der Hausaufgabenstunde) gelöst werden. Sie können jederzeit zur Kontrolle abgegeben werden, die Lösungen können aber auch selbständig verglichen werden.

Wichtig: Die Aufgaben erfordern ein konzentriertes Vorgehen. Es ist daher sinnvoll, mindestens während 15 Minuten am Stück daran zu arbeiten, mit Vorteil bearbeitest du ein ganzes Kapitel aufs Mal.

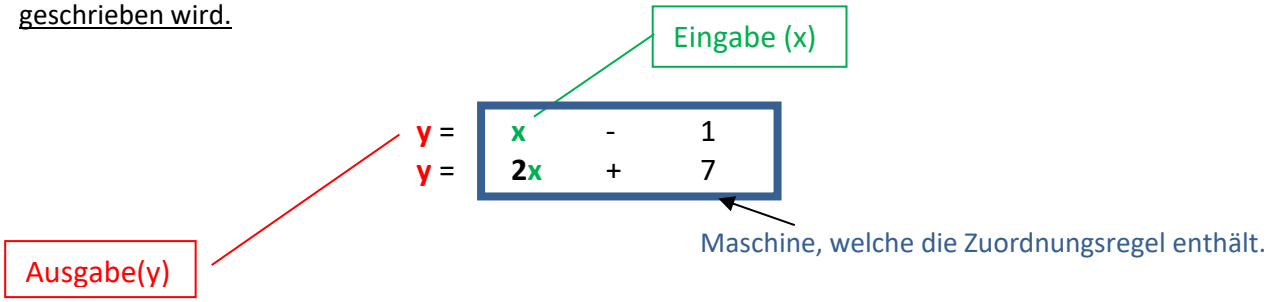
1. Die lineare Funktion

Jede Maschine die du kennst, vor allem der Computer, arbeitet eigentlich wie eine Funktion. Er erhält eine Eingabe, macht dann irgendwas damit und spuckt ein Ergebnis aus.

Wenn du also eine Eingabe machst, wird nach der bestimmten Aufgabe (oder eben der Funktion) der Maschine dieser Eingabe ein Ergebnis zugeordnet, das nur genau zu der gemachten Eingabe passt. So siehst du zum Beispiel auf dem Bildschirm immer ein „p“ wenn du auf der Tastatur die entsprechende Taste drückst, und immer ein „t“ wenn du auf „t“ drückst. Jeder Eingabe wird also ein ganz bestimmtes Ergebnis zugeordnet.

f:	**x**	→	**y**
Funktion	x-Koordinate	ordnet jedem x genau ein y zu	y- Koordinate als Term von x
(Maschinenname)	**Eingabe**	**Zuordnungsregel**	**Ergebnis/Resultat**

Die Zuordnungsregel kann man als „Funktionsgleichung“ schreiben, wobei y als Term (Rechnung) von x geschrieben wird.



Die Funktion ist also eine Maschine, die jedem x-Wert (Original) genau einen y-Wert (Bild) zuordnet.

Funktionen können auf verschiedene Arten dargestellt werden. Man verwendet dazu entweder die graphische Darstellung (Graph der Funktion) oder die Wertetabelle (welche einfach jedem x sein y gegenüberstellt).

1.1 Die Wertetabelle

Bei der Wertetabelle wird jedem x das zugeordnete y direkt nebendran (oder je nach Darstellungsart darunter) aufgeschrieben. So kann schön nachvollzogen werden, welches x zu welchem y gehört.

Wertetabelle „vertikal“

Funktionsgleichung:
x → y = 2x + 7

x	y	*Grund:*
(-1)	5	*2•(-1) +7 = 5*
0	7	*2•0+7 = 7*
1	9	*2•2+7 = 9*
2	11	*2•2+7 = 11*
…	…	
10	27	*2•10+7 = 27*

Wertetabelle „horizontal“

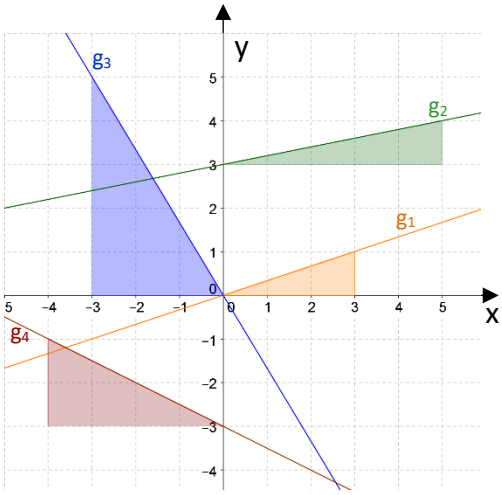
Funktionsgleichung:
x → y = x – 1

x	(-1)	0	1	2	3	…	10
y	(-2)	(-1)	0	1	2	…	9
Grund:	*(-1) – 1 = (-2)*	*0 – 1 = (-1)*	*1 – 1 = 0*	*2 – 1 = 1*	*3 – 1 = 2*		*10 – 1 = 9*

Das x folgt dem Zahlenstrahl, ist also eine aufeinanderfolgende Reihe von ganzen Zahlen (für die Wertetabelle verwenden wir in der Regel sicher x = 0 und x = 1 und folgende. Es kann sinnvoll sein, auch für x = -1 oder x = -2 den y-Wert zu bestimmen. (damit es nachher einfacher im Koordinatensystem eingezeichnet werden kann.

1.2 Graph der Funktion

Bei dieser Darstellungsart ist die Steigung der Geraden ein wichtiger Bestandteil der Funktion.



Steigung a : $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Die Steigung wird aus zwei Punkten des Steigungsdreiecks berechnet (Die Reihenfolge der Punkte ist nicht wichtig). Dies kann auch ein negatives Ergebnis erzeugen. → **Die Steigung kann negativ sein!**

- Steigung für die Gerade g_1: $a_1 = \frac{1-0}{3-0} = \frac{1}{3}$
- Steigung für die Gerade g_2: $a_2 = \frac{3-4}{0-5} = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$
- Steigung für die Gerade g_3: $a_3 = \frac{5-0}{(-3)-0} = \frac{5}{(-3)} = \left(-\frac{5}{3}\right)$
- Steigung für die Gerade g_4: $a_4 = \frac{(-3)-(-1)}{0-(-4)} = \frac{(-2)}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)$

Im diesem Beispiel sind die Steigungsdreiecke eingezeichnet. Grundsätzlich kann die Steigung auch durch „herauslesen“ im Steigungsdreieck bestimmt werden. Dabei ist das Vorzeichen aber wichtig:

Bestimmen der Steigung (Herauslesen aus der Grafik):
Von einem Punkt aus bis zu einem nächsten Punkt zählen: (*nimm mit Vorteil Punkte, die auf den Gitterlinien liegen)*

$$a = \frac{\text{Wandern in y-Richtung}}{\text{Wandern in x-Richtung}}$$

Vorzeichen:
+ für Wandern in Achsenrichtung

– für Wandern entgegen Achsenrichtung

Das Vorzeichen kann auch optisch bestimmt werden:

Positive Steigung: Die Gerade verläuft von links unten nach rechts oben (hier g_1 und g_2)

negative Steigung: Die Gerade verläuft von links oben nach rechts unten (hier g_3 und g_4)

1.3 Die Funktionsgleichung

Die **Funktionsgleichung** beinhaltet neben der Steigung (a) auch den sog. **y-Achsenabschnitt** (**b**). Beide Angaben zusammen ermöglichen uns das Zeichnen / Herauslesen der entsprechenden Funktion.

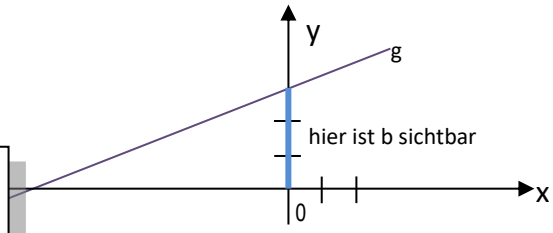
Funktionsgleichung: $x \rightarrow y = ax + b$

a: Steigung

b: y-Achsenabschnitt

1.3.1 Bestimmen des Achsenabschnittes (y-Achsenabschnittes):

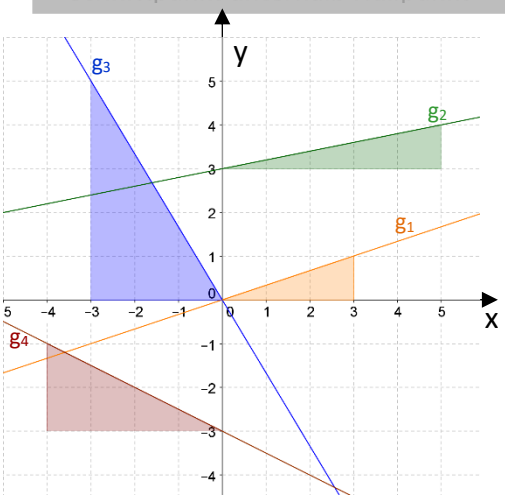
Betrachte die y-Achse. **Die Funktionsgerade schneidet diese y-Achse** an irgendeinem Punkt. Wenn du herausliest, welche y-Koordinate dieser Punkt hat, hast du den **Achsenabschnitt** schon gefunden.



Bestimmen des Achsenabschnittes:

b = y-Koordinate des Schnittpunktes mit der y-Achse

Vorzeichen (oder einfach das Vorzeichen der y-Koordinate des Schnittpunktes mit der y-Achse):
+ Schnittpunkt oberhalb dem Nullpunkt
- Schnittpunkt unterhalb Nullpunkt



Betrachten wir noch einmal die Geraden g_1 bis g_4 von oben:

Den Achsenabschnitt b bestimmen wir auf Grund der Schnittpunkte mit der y-Achse:

- g_1: y-Koordinate des Schnittpunktes mit y-Achse = 0 ➔ $b_1 = 0$
- g_2: y-Koordinate des Schnittpunktes mit y-Achse = +3 ➔ $b_2 = +3$
- g_3: y-Koordinate des Schnittpunktes mit y-Achse = 0 ➔ $b_3 = 0$
- g_4: y- Koordinate des Schnittpunktes mit y-Achse = -3 ➔ $b_4 = (-3)$

1.3.2 Funktionsgleichung aufschreiben:

Aus der Steigung und dem Achsenabschnitt können wir jetzt die Funktionsgleichung dieser Geraden zusammensetzen:
Wir folgen dem „Bauplan“ $x \rightarrow y = ax + b$ und setzen für a und b die eben bestimmen Werte ein:

Funktionsgleichung der Gerade g_1: $x \rightarrow y = \frac{1}{3}x + 0$ also: $x \rightarrow y = \frac{1}{3}x$ *oder* $y = \frac{x}{3}$

Funktionsgleichung der Gerade g_2: $x \rightarrow y = \frac{1}{5}x + (+3)$ also: $x \rightarrow y = \frac{1}{5}x + 3$ *oder* $y = \frac{x}{5} + 3$

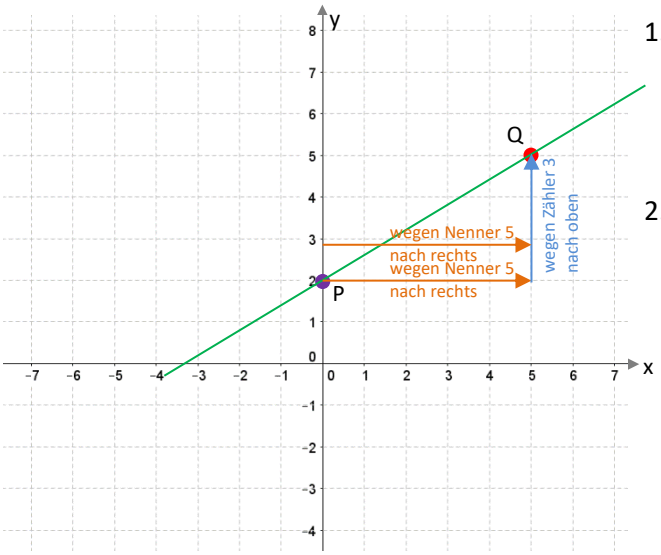
Funktionsgleichung der Gerade g_3: $x \rightarrow y = \left(-\frac{5}{3}x\right) + 0$ also: $x \rightarrow y = \left(-\frac{5}{3}x\right)$ *oder* $y = \left(-\frac{5x}{3}\right)$

Funktionsgleichung der Gerade g_4: $x \rightarrow y = \left(-\frac{1}{2}x\right) + (-3)$ also: $x \rightarrow y = \left(-\frac{1}{2}x\right) - 3$ *oder* $y = \left(-\frac{x}{2}\right) - 3$

1.4 Geraden auf Grund der Funktionsgleichung im Koordinatensystem einzeichnen

Die Funktionsgleichung umfasst zwei wichtige Informationen, mit denen man die Geraden ganz bequem einzeichnen kann. Wir brauchen den y-Achsenabschnitt und die Steigung, alternativ reicht auch ein Punkt der Gerade und die Steigung. Wie genau das geht? Schauen wir uns das genauer an.

Als Beispiel nehmen wir die Funktion g: x → $y = \frac{3}{5}x + 2$



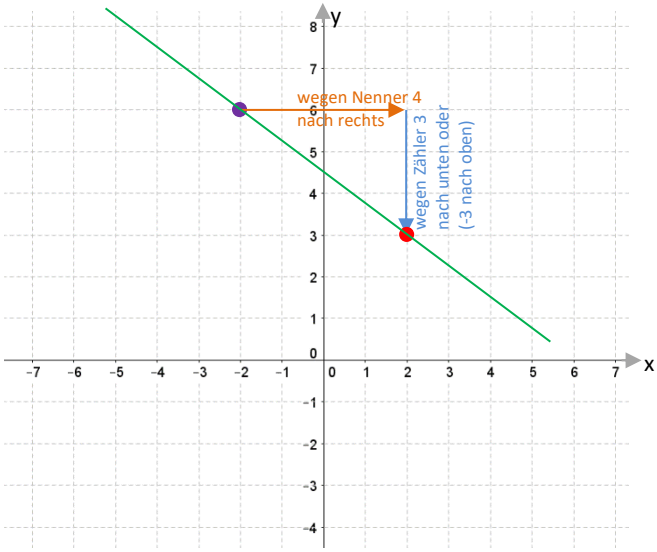
1. Mit dem Achsenabschnitt kennen wir den Schnittpunkt der Gerade mit der y-Achse. Also können wir diesen Punkt auch gut einzeichnen.
   ➔ b = (+ 2) → Wir zeichnen den Punkt P (0 / 2) ein.
2. Jetzt verwenden wir die Steigung. Dort wissen wir, dass der Zähler des Bruches der Höhenunterschied (→ wandern in y-Richtung) und der Nenner die horizontale Länge (wandern in x-Richtung) bedeutet.
   Von unserem Punkt P (0/2) wandern wir jetzt also 5 in x-Richtung (nach rechts) und 3 in y-Richtung (also nach oben). Es entsteht ein neuer Punkt Q (5/5). Jetzt können wir beide Punkte verbinden.
3. Fertig ist der Graph der Funktion

➔ **Wenn du also die Funktionsgleichung kennst, kannst du die Gerade einzeichnen**. (Mit Hilfe des Achsenabschnittes den Schnittpunkt der Geraden mit der y-Achse einzeichnen, dann von diesem Punkt aus die Steigung abtragen, fertig.)

1.5 Geraden auf Grund der Steigung und eines Punktes im Koordinatensystem einzeichnen

Kennen wir „nur“ die Steigung und einen Punkt, der auf der Gerade liegt, dann können wir die Gerade dennoch einzeichnen.

Als Beispiel nehmen wir folgendes: „Zeichne den Graph der Funktion mit Steigung $\left(-\frac{3}{4}\right)$, die durch den Punkt P (-2/6) geht“.



1. Zu Beginn zeichnen wir den Punkt P (-2/6) ein.
2. Von diesem Punkt aus nutzen wir jetzt die Steigung. **Allerdings schreiben wir die Steigung von $\left(-\frac{3}{4}\right)$ um auf $\frac{(-3)}{4}$.** Dies macht es einfacher, das Steigungsdreieck zu zeichnen.

   ⇨ Wir müssen also von P aus 4 in x-Richtung (nach rechts) und (-3) in y-Richtung (also nach unten).

   ⇨ Jetzt zeichnen wir den Punkt Q ein und können den Graph zeichnen.

➔ **Kennst du nur die Steigung und einen Punkt, geht das auch**. Vom Punkt aus die Steigung abtragen.

Aufgaben „Graph der Funktion – Lineare Funktion“

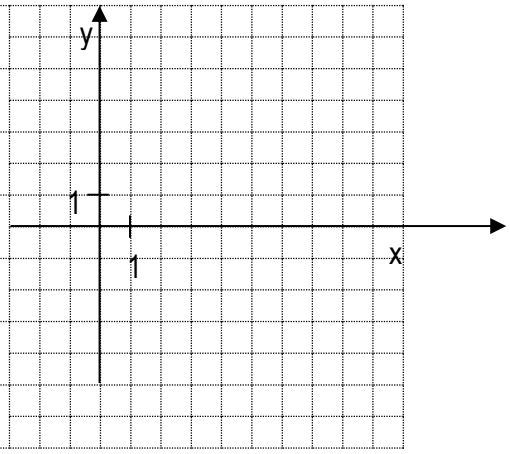
1) Zeichne im Koordinatensystem die Punkte A(0/0); B(1/2); C(2/1); D(5/–1).

a) Zeichne die Verbindungsgerade der Punkte AB und diejenige der Punkte CD

b) Welche Steigung haben die beiden Geraden AB und CD?

c) Bestimme den y-Achsenabschnitt beider Geraden.

d) Wie heissen die beiden Funktionsgleichungen (Geradengleichungen)?



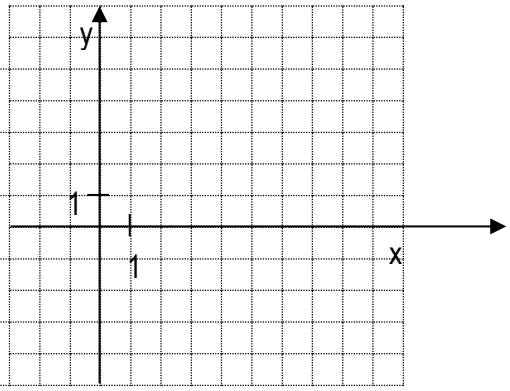
2) Gegeben ist im Koordinatensystem der Punkt A (2/3)

a) Zeichne eine Gerade g_1, welche durch A geht und die Steigung ($-\frac{2}{3}$) hat.

b) Zeichne eine Gerade g_2, welche durch A geht und die Steigung 3 hat.

c) Die Gerade g_3 geht ebenfalls durch A. In der Funktionsgleichung ist der y-Achsenabschnitt = -1. Zeichne die Gerade ein.

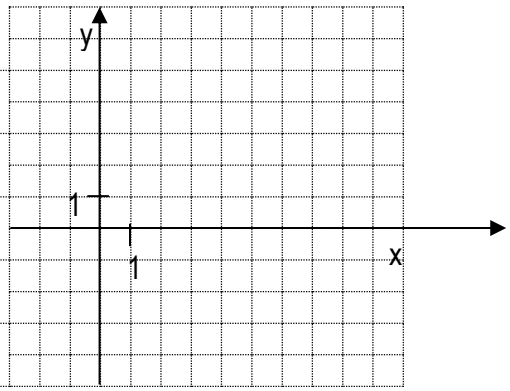
d) Notiere die Funktionsgleichungen (Geradengleichungen) der Geraden g_1, g_2, g_3.



3) Gegeben ist die Funktion x → y = (-3x) - 1

a) Welche der folgenden Punkte liegen auf der Geraden und erfüllen damit die Funktionsgleichung?
A(0/0), B((-1)/3), C(3/(-10)); D ((-2)/7); E(1/(-4))

b) Zeichne die Gerade ins Koordinatensystem ein, ohne einen der oben gegebenen Punkte zu verwenden.

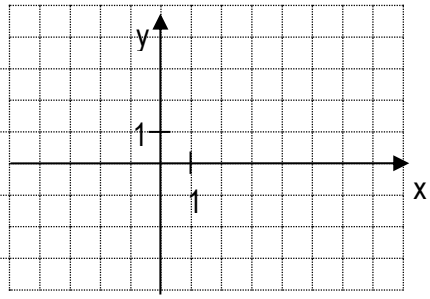


4) Gegeben ist die Funktion x → y = 0.5x + 2

a) Zeichne den Graphen dieser Funktion im Koordinatensystem

b) Wie gross ist die Steigung?

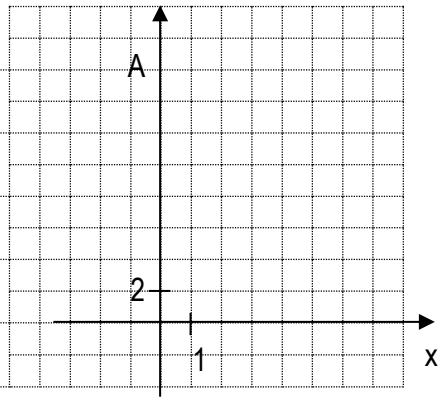
c) Wie gross ist der y-Achsenabschnitt?



5) Gegeben ist ein Rechteck mit der Höhe h=4cm

a) Zeichne im Koordinatensystem ein, wie sich die Fläche A verändert, wenn die Breite x der Reihe nach 1cm, 2cm, 3cm, 4cm, 5cm beträgt.

b) Welche Funktionsgleichung (Geradengleichung) kannst du aufschreiben, die dir aus der Breite die Fläche liefert? (Also in der Form x → A = ax + b)

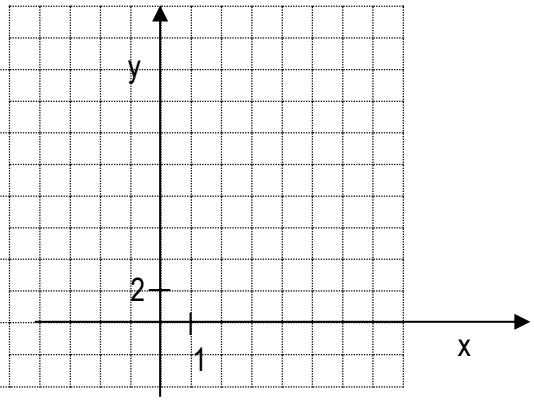


6) Gegeben ist ein Rechteck mit der Fläche A = 20cm²

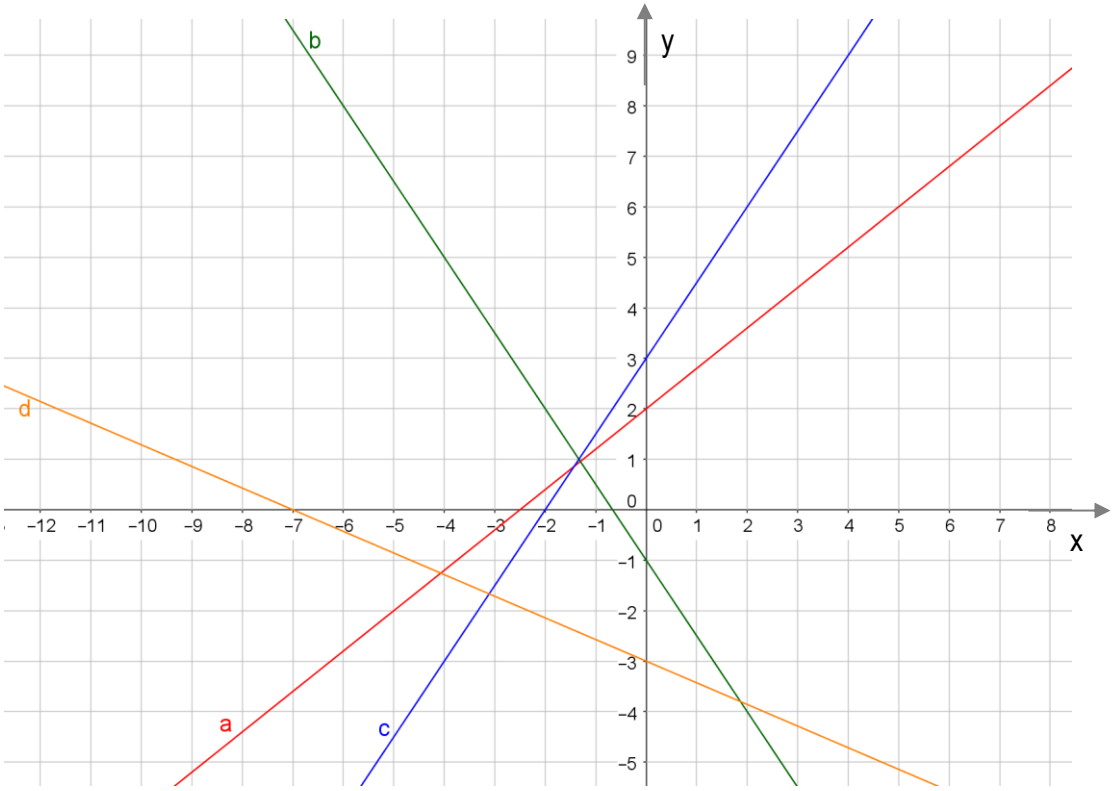
a) Zeichne im Koordinatensystem ein, wie sich die Höhe y verändert, wenn die Breite x der Reihe nach 1cm, 2cm, 3cm, 4cm, 5cm beträgt.

b) Wie lautet die Funktionsgleichung (Geradengleichung), die dir aus der Breite die Höhe liefert?

c) Was stellst du fest?



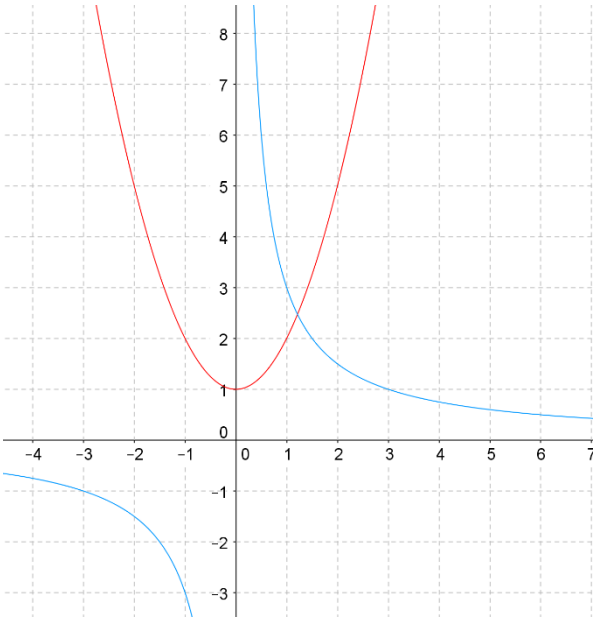
7) Bestimme die Geradengleichungen der eingezeichneten Geraden a, b, c, d.



2. Lineare und nicht lineare Funktionen

2.1 Was sind nicht lineare Funktionen?

Wir haben bisher gelernt, dass die linearen Funktionen als Graph im Koordinatensystem in Form einer Geraden dargestellt werden. Alle Funktionen, deren Graph keine Gerade ist, wird als nicht lineare Funktion bezeichnet. Es ist nicht für alle nicht-linearen Funktionen möglich, eine Funktionsgleichung anzugeben. Für andere gibt es solche Gleichungen.



In diesem Beispiel sind zwei nicht lineare Funktionen abgebildet. Es ist offensichtlich, dass sie eben keine Geraden, sondern Kurven sind!

2.2 Wachstums- und Zerfallsprozesse

In verschiedenen Bereichen im Alltag (Banken, Währungen, Forschung, Wirtschaft) gibt es Wachstums- oder Zerfallsprozesse. Diese werden mit Funktionen beschrieben. Auf diese Weise kann auch abgeschätzt werden, „wohin die Reise geht“. Dies z.B. bei der Entwicklung einer Bevölkerungszahl, dem Zerfall von radioaktivem Material, bei Schulden, Hypotheken, Währungskursen…

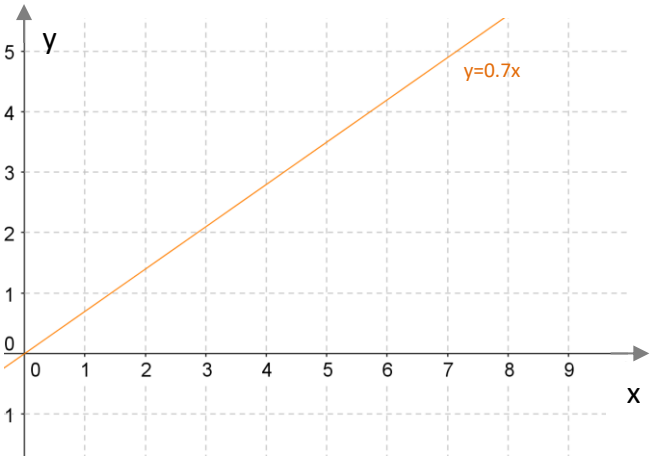
Im Falle der Wachstums- und Zerfallprozesse werden vor allem die y-Werte miteinander verglichen. Die x-Werte beschreiben meistens eine ganzzahlige Zahlenfolge (z.B. Jahre, Wochen, Tage, die fortlaufend nummeriert werden).

2.2.1 Das lineare Wachstum

Betrachten wir die folgenden Zahlen in der Wertetabelle. Sie zeigt die Entwicklung des Inhaltes eines „Sparschweinchens“ von einem Kindergartenkind, das jede Woche 0.70 Franken (70 Rappen) ins „Kässeli“ legen kann.

x (Woche)	0	1	2	3	4	5	6	7		10	…
y (Inhalt)	0	0.7	1.4	2.1	2.8	3.5	4.2	4.9	…	7	…
		+0.7	+0.7	+0.7	+0.7	+0.7	+0.7	+0.7	…	+0.7	+0.7	…

Hier können wir feststellen, dass das y regelmässig grösser wird. Wir können sogar feststellen, dass das y mit jedem Schritt um 0.7 grösser wird (→ es gilt hier die Regel y=0.7x). Der Graph dieser Funktion ist eine Gerade → Also ist dieses Wachstum ein **lineares Wachstum.**

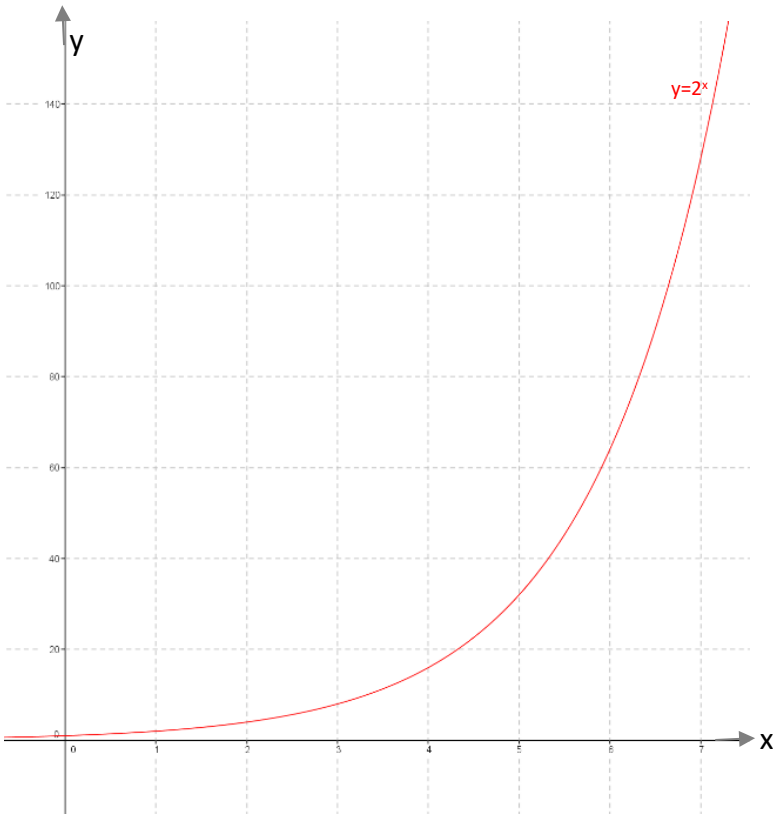


⇨ Falls diese Gerade eine negative Steigung hat (also von links oben nach rechts unten verläuft), dann spricht man von einem **Zerfall** (weil der Wert mit zunehmender Zeit geringer wird, z.B. aus einer Kasse jede Woche ein bestimmter Betrag entnommen wird).

2.2.2 Das exponentielle Wachstum (Exponentialfunktion)

Betrachten wir die folgenden Zahlen in der Wertetabelle. Sie zeigt zum Beispiel die Entwicklung, wenn jedes Jahr eine Verdoppelung stattfindet.

x (Jahr)	0	1	2	3	4	5	6	7		10	...
y (Anzahl)	1	2	4	8	16	32	64	128	...	1024	...
		•2	•2	•2	•2	•2	•2	•2	...	•2	•2	...



Hier können wir feststellen, dass das y nicht linear wächst, da es sich ja immer verdoppelt, wird es rasant grösser. Der Graph dieser Funktion ist keine Gerade, sondern eine Kurve → Also ist dieses Wachstum ein **nicht lineares Wachstum**. Genauer ist es ja so, dass die Funktion immer verdoppelt. Also heisst sie: **x → y = 2^x.** Die Funktion hat einen Exponenten, der sich verändert. Deshalb sehen wir hier ein **exponentielles Wachstum**.

Hier fällt auf, dass die Funktion plötzlich sehr, sehr schnell ansteigt. Man beachte auch die Einteilung der y-Achse!

2.3 Zuwachs und Wachstumsfaktor

Der Zuwachs oder auch das Wachstum (genauso auch der Verlust oder Zerfall) wird häufig mit in Prozenten beschrieben. So lesen wir z.B. in den Wirtschaftsnews vom aktuellen Aktienindex „Dow Jones“, der um 1.2% gestiegen (Wachstum, Zuwachs) oder eben auch mal um 0.6% gesunken (Verlust, Zerfall) ist. Dieser Faktor (also die Prozentangabe) bezieht sich immer auf den Startwert (Grundwert), von dem aus diese Veränderung beschrieben wird.

- ➔ Ist dieser Wert positiv, spricht man vom **Wachstum p**
- ➔ Ist der Wert negativ, so spricht man von **Verlust oder von negativem Wachstum p.**

Wiederum werden hier also die y-Wert miteinander verglichen. Der Faktor, mit dem man von einem y-Wert zum anderen kommt, heisst **„Wachstumsfaktor“.** Der **Wachstumsfaktor q** berechnet sich aus der Summe von Startwert und Wachstum p.

Wachstumsfaktor q = Startwert + Wachstum p

= 100 % + p %

In Dezimalzahlen $= 1 + \frac{p}{100}$

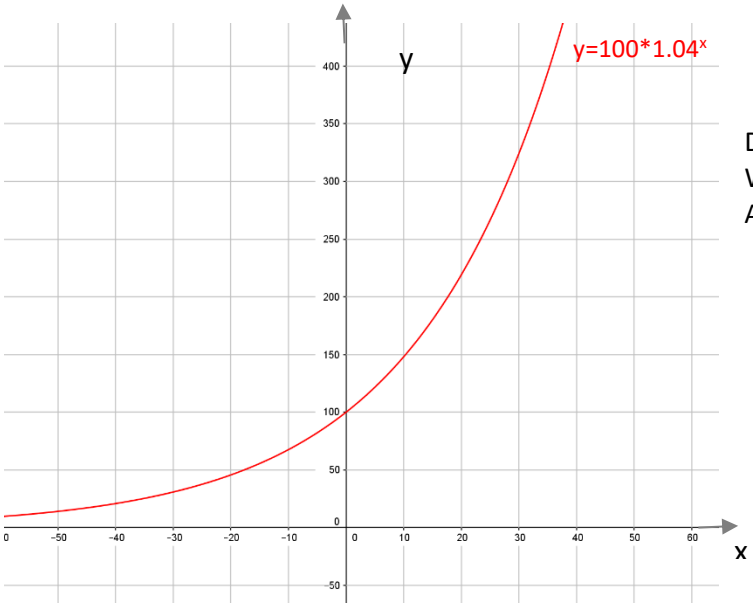
Beispiel: Eine Aktie ist um 4% gestiegen. Damit ist das Wachstum also 4%. Der Wachstumsfaktor ist damit 104% vom Startwert (100% + 4%). Dies wird als Dezimalzahl mit 1.04 beschrieben.

2.3.1 Das exponentielle Wachstum

Im Falle des exponentiellen Wachstums ist der Wachstumsfaktor immer der gleiche (er ist konstant). Somit entsteht z.B. folgende Wertetabelle:

x (Tag)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
y (Wert)	100	104	108.16	112.49	116.99	121.67	126.53	131.59	136.86	142.33	...

→ *•1.04* → *•1.04* → *•1.04* → *•1.04* → *•1.04* → *•1.04* → *•1.04* → *•1.04* → *•1.04* → *•1.04* ...



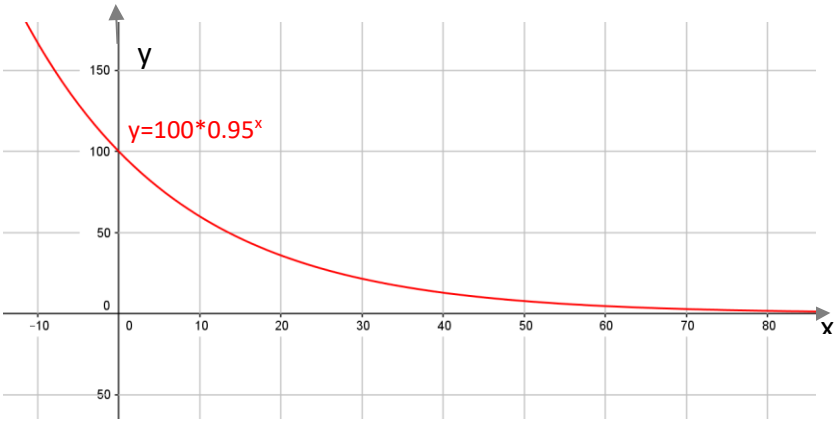
Dies ist der Graph der oben berechneten Wertetabelle. Beachte die Einteilung der Achsen!

2.3.2 Der Zerfall (negatives Wachstum)

Wie oben beschrieben ist unter „Zerfall“ oder eben negativem Wachstum ein Verlust gemeint. Ist dieser Verlust immer gleich, so ist zu beobachten, dass die Werte immer kleiner werden. Nehmen wir z.B. an, der Wert wird jeweils um 5% kleiner → der Wachstumsfaktor ist hier also 100% - 5% = 95% (als Dezimalzahl also 0.95). Somit müssen wir jeden y-Wert mit 0.95 multiplizieren, um zum nächsten y-Wert zu kommen.

x (Tag)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
y (Wert)	100	95	90.25	85.74	81.45	77.39	73.51	69.83	66.34	63.02	...

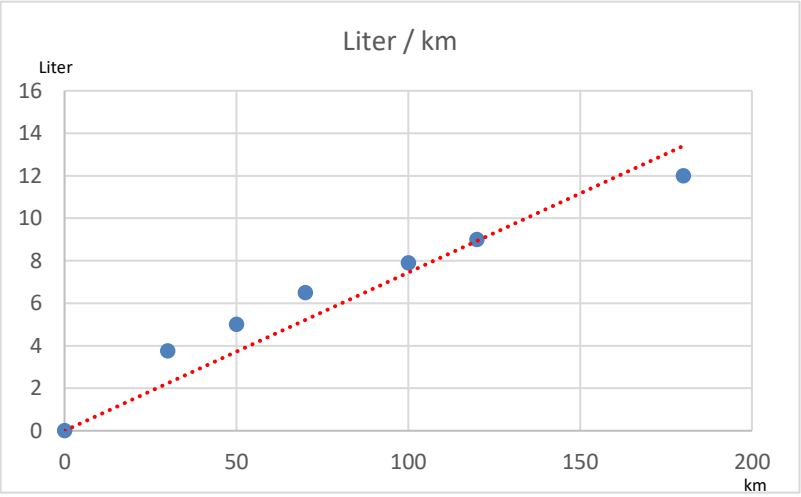
→ *•0.95* → *•0.95* → *•0.95* → *•0.95* → *•0.95* → *•0.95* → *•0.95* → *•0.95* → *•0.95* → *•0.95* ...



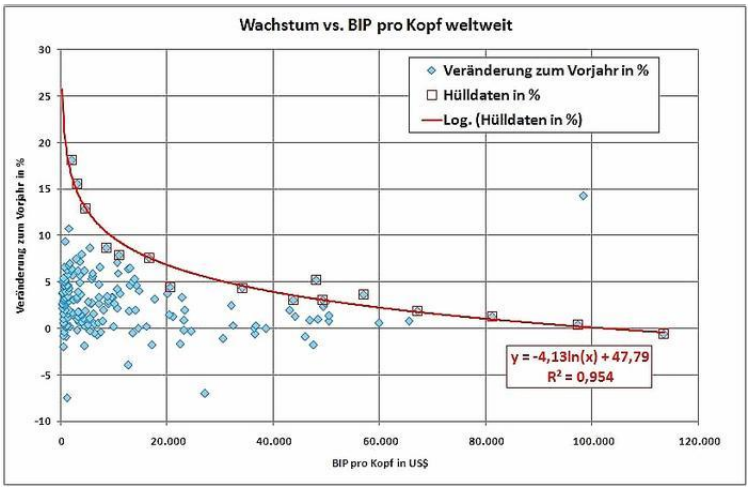
2.4 Die Trendgerade und die Punktwolke

Bei Umfragen, Forschungen und der Suche nach Zusammenhängen werden oft Wertepaare im Koordinatensystem eingetragen. Vermutet man nun, dass verschiedene Wertepaare sich tendenziell auf einer Gerade befinden (was sie aber nicht so richtig tun, nur fast), dann zeichnet man eine „Trendgerade“ ein, die in dieser Punktwolke abgeschätzt werden kann. Gleichzeitig wird der Abstand von der Trendgerade (welcher natürlich kleinstmöglich sein soll) eingezeichnet.

Als Beispiel sehen wir hier die Entwicklung des Benzinverbrauches eines Autos bei verschiedenen Tests, bei welchem ein Trend ersichtlich ist. (Schliesslich bildet man das arithmetische Mittel aller x-Koordinaten, sowie das arithmetische Mittel aller y-Koordinaten und erhält einen Punkt, der sicher auf der Trendgeraden liegt) Diese Art von Graphischer Darstellung kann man eigentlich nur in Tabellenkalkulationsprogrammen (wie beispielsweise Excel) machen. Von Hand ist es fast nicht möglich, die Trendgerade genau zu treffen.

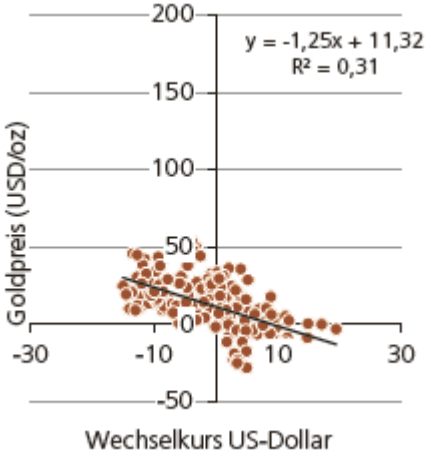


Bei nicht linearen Zusammenhängen spricht man nicht von der Trendgeraden, sondern einfach von der Trendlinie. Dies kann auch eine Kurve sein (siehe Beispiele).



Quelle: http://up.picr.de/11587128qu.jpg

Goldpreisveränderung in Abhängigkeit der Veränderung des Wechselkurses vom US-Dollar



Quelle: http://www.rottmeyer.de/wp-content/uploads/2014/03/bildb2.png

Aufgaben „lineare und nicht lineare Funktion / Wachstum und Zerfall“

1) Suche die Gesetzmässigkeit der folgenden Wertetabellen und fülle die Tabellen aus. Bestimme, welcher Art dieses Wachstum ist (linear, exponentiell, nicht linear).

a)

x	0	1	2	3	4	5	6	…	10
y	3	5	7						

Art des Wachstums? _____ Grund?: _____

Allgemeiner Ausdruck (Term)

b)

x	1	2	3	4	5	6	7	…	10
y	1	3	7						

Art des Wachstums? _____ Grund?: _____

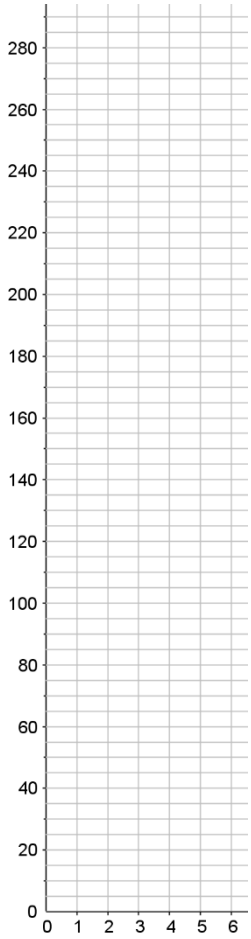
Allgemeiner Ausdruck (Term)

c)

x	0	1	2	3	4	5	6	…	n
y	1	2	4	8					

Art des Wachstums? _____ Grund?: _____

2) Ein Zauberkasten verdreifacht jede Nacht die Anzahl der Goldmünzen, die darin liegen. Am Anfang liegt 1 Münze im Kasten. x = Anzahl Nächte, y = Anzahl Münzen).



a) Vervollständige die Wertetabelle

x	0	1	2	3	4	5	6	…	n
y	1	3	9						

b) Trage die Zahlenpaare im Koordinatensystem ein und zeichne den Graph dieser Funktion.

c) Ist diese Funktion linear? – Begründe deine Antwort!

d) Ist diese Funktion exponentiell? – Begründe deine Antwort!

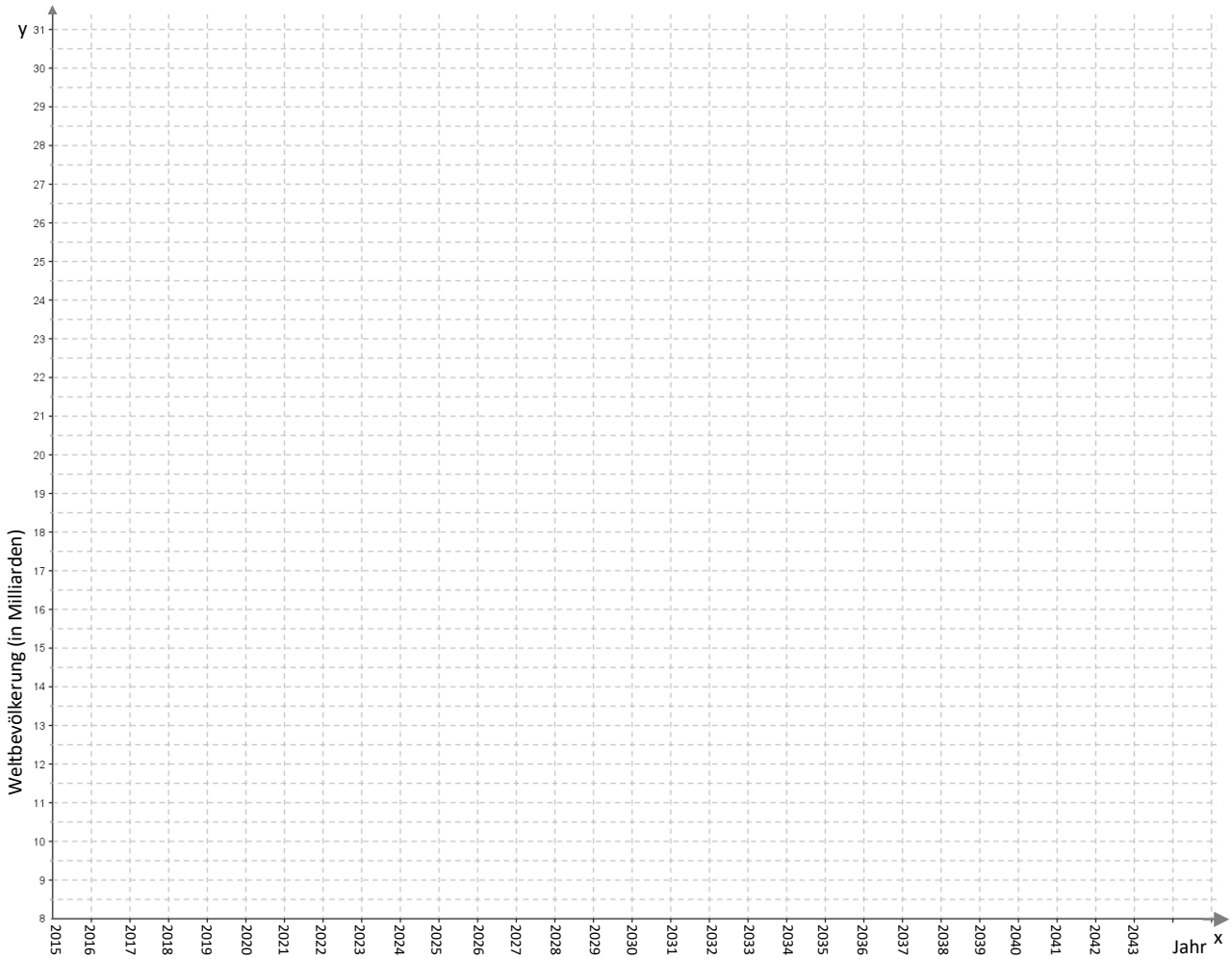
e) Handelt es sich um eine nicht lineare Funktion? – Begründe deine Antwort!

3) Für diese Aufgabe gilt folgende Annahme: Die Weltbevölkerung wächst jährlich um 4%. Im Jahr 2015 gibt es 9 Milliarden Menschen.

a) Bestimme die Anzahl Menschen (in Milliarden) im Jahr 2020, 2025 (Verwende die untenstehende Wertetabelle, 3 Stellen nach dem Komma)

x	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025			
y	9 Mia													

b) Zeichne die Entwicklung im Koordinatensystem ein.



c) In welchem Jahr hat sich die Anzahl verdoppelt? (Schätze auf Grund der Kurve im Koordinatensystem).

.....

.....

.....

d) Um welche Art Wachstum handelt es sich? Begründe deine Antwort.

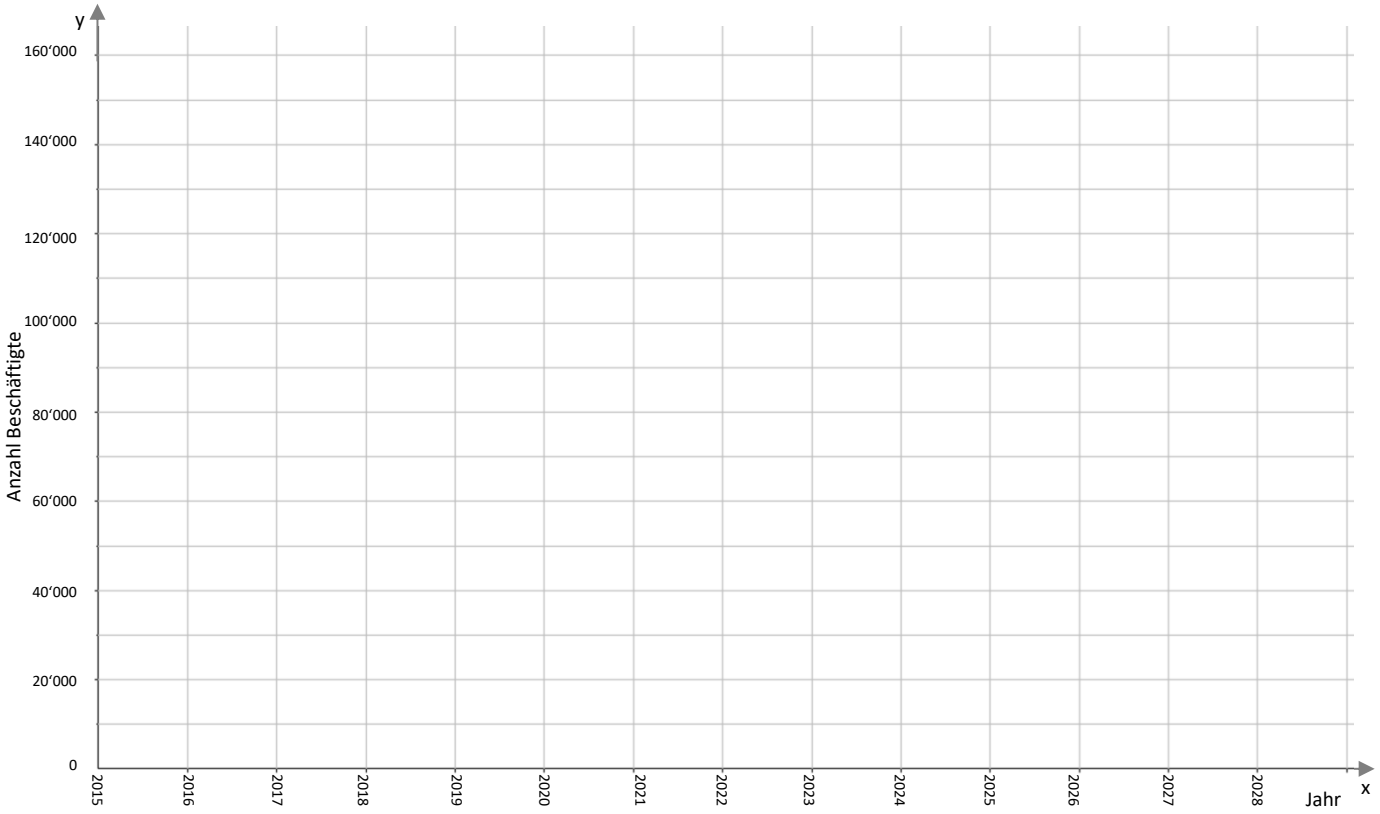
.....

.....

.....

4) Für diese Aufgabe gilt folgende Annahme: In der Industriebranche arbeiten 150‘000 Menschen. Durch den Einsatz von Computer nimmt die Anzahl Beschäftigte jährlich um 8% ab.

a) Bestimme die Anzahl Beschäftigte im Jahr 2020, 2030. Zeichne die Entwicklung im Koordinatensystem ein.



b) In welchem Jahr hat sich die Anzahl halbiert? (Schätze auf Grund der Kurve im Koordinatensystem).

.....

.....

c) Um welche Art Wachstum handelt es sich? Begründe deine Antwort.

.....

.....