

Name: _____



Mathematik-Dossier

„Proportionalität und umgekehrte Proportionalität“

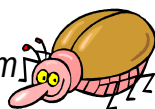
Inhalt:

- Verhältnisse und Verhältnisgleichungen
- Proportionalität – Denkfigur, Ansatz und Lösungsverfahren
- Umgekehrte Proportionalität – Denkfigur, Ansatz und Lösungsverfahren
- Spezielle Anwendung: Geldwechsel

Verwendung:

Dieses Dossier dient der Repetition und Festigung innerhalb der obgenannten Themen. Es beinhaltet einen kurzen Theorie-Teil, sowie verschiedene Übungen mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden.

einfache Aufgaben sind mit einem



gekennzeichnet

schwierigere Aufgaben sind mit einem



gekennzeichnet.

Die Aufgaben müssen in der Freizeit (oder in der Hausaufgabenstunde) gelöst werden. Sie können jederzeit zur Kontrolle abgegeben werden, die Lösungen können aber auch selbständig verglichen werden.

Wichtig: Die Aufgaben erfordern ein konzentriertes Vorgehen. Es ist daher sinnvoll, mindestens während 15 Minuten am Stück daran zu arbeiten, mit Vorteil bearbeitest du ein ganzes Kapitel aufs Mal.

1. Verhältnisse und Verhältnisgleichungen

1. Begriffsdefinitionen

Aus unserem täglichen Leben kennen wir den Begriff „Verhältnis“ sicherlich schon ganz gut. Wer wurde nicht schon gefragt, wie denn das Verhältnis zu den Eltern, oder das Verhältnis zu einem anderen Schüler, zum Lehrer oder wem auch immer sei? Und in der Klatschpresse ist auch immer wieder zu lesen, dass zwei Promis ein heimliches Verhältnis haben.

Verhältnisse prägen aber auch sonst unser Leben, so spielen wir z.B. Fussball, um ein möglichst positives Torverhältnis zu haben, um mehr Tore als der Gegner zu erzielen etc.

Beispiele von Verhältnissen:

- Bei einem Rechteck: Länge : Breite $\rightarrow$ Länge zu Breite (m, cm..)
- Verteilung von Kuchenstücken: Anzahl Stücke $\rightarrow$ 5 Stücke zu 2 Stücken
- Sport: Tore bei ZSC-Kloten 5:2 $\rightarrow$ 5 zu 2
- Menschen: Heinz und Klara $\rightarrow$ Heinz zu Klara

Wenn wir all diese Beispiele anschauen, fällt uns auf, dass die beiden Grössen, welche in einem Verhältnis zueinander stehen, immer auf irgendeine Art miteinander verbunden sind oder voneinander abhängig. Es nützt nichts, bei der Verteilung von Kuchenstücken auf zwei Personen nur den Anteil der einen Person anzugeben, es nützt auch nichts, wenn ein Fussballteam alleine spielt. **Es braucht einen „verbundenen“ Partner. Und zu dem besteht dann eben das Verhältnis.**

Der Wert eines Verhältnisses entspricht dem Wert des entsprechenden Quotienten:

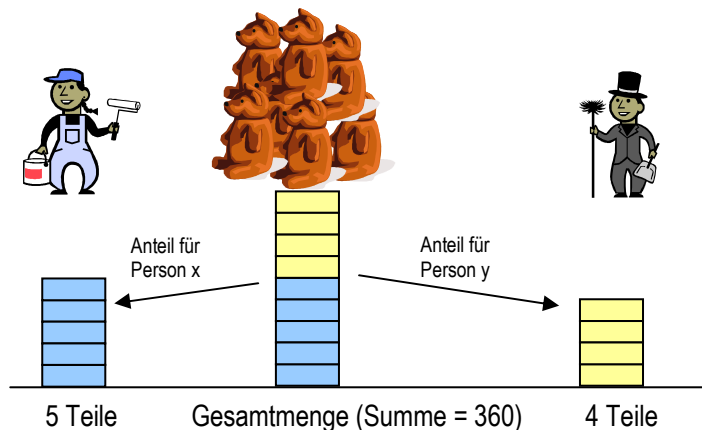
$$\frac{\text{Grösse 1}}{\text{Grösse 2}} = \text{„Verhältniswert“}$$

2. Verhältnisse – Anwendung mit Hilfe von Anteil-Überlegungen und Verhältnisgleichungen.

- a) Zwei Zahlen x und y verhalten sich wie 5 : 4. Wie heissen die beiden Zahlen, wenn du weisst, dass ihre Summe 360 beträgt?

Lösungsidee:

$$x : y = 5 : 4 \quad (\text{auch schreibbar als: } \frac{x}{y} = \frac{5}{4}).$$



Verstehen wir das so, dass eine bestimmte Menge von Etwas (z.B. 360 Gummibärchen) zwischen der Person x und der Person y aufgeteilt werden. Dabei erhält die Person x also 5 Teile, die Person y erhält 4 Teile.

$\rightarrow$ Insgesamt werden also 9 Teile verteilt ($5 + 4 = 9$). So wissen wir, dass die Summe 360 also 9 Teilen entspricht.

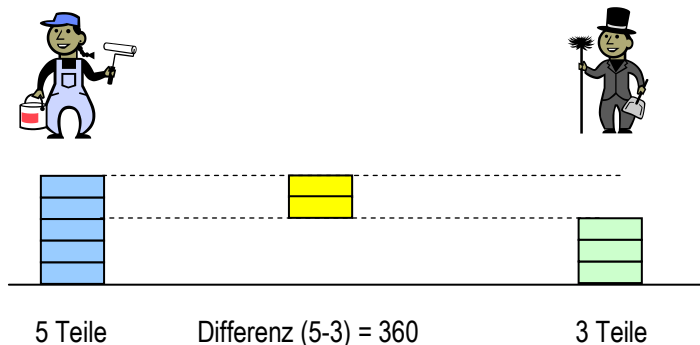
$$\begin{array}{lcl} \text{Lösung:} & 9t & = 360 \\ & t & = 40 \end{array} \quad \begin{array}{l} \parallel : 9 \\ \parallel : 9 \end{array} \quad \rightarrow \text{Ein Teil ist also 40.}$$

Somit ist $x = 200$ (5 Teile à 40 Bärchen $\rightarrow 5 \cdot 40$) und die Zahl $y = 160$ (4 Teile à 40 Bärchen $\rightarrow 4 \cdot 40$).

- b) Zwei Zahlen x und y verhalten sich wie 5 : 3. Wie heissen die beiden Zahlen, wenn du weisst, dass ihre Differenz 360 beträgt?

Lösungsidee:

$$x : y = 5 : 3 \quad (\text{auch schreibbar als: } \frac{x}{y} = \frac{5}{3}).$$



Verstehen wir das so, dass eine bestimmte Menge von Etwas (z.B. x Gummibärchen) zwischen der Person A und der Person B aufgeteilt werden. Dabei erhält die Person A also 5 Teile, die Person B erhält 3 Teile.

→ Die Differenz der beiden Zahlen beträgt 360, was bedeutet, dass auch 5 Teile – 3 Teile = 2 Teile 360 beträgt. Also wissen wir, dass 2 Teile 360 „Gummibärchen“ betragen. 1 Teil ist damit aber 180 (360 : 2).

Somit ist x = 900 (5 Teile à 180 Bärchen → 5 • 180) und die Zahl y = 540 (3 Teile à 180 Bärchen → 3 • 180).

- c) In einem Rechteck beträgt das Verhältnis von Länge zu Breite 3 zu 2. Notiere alle möglichen Zahlen, die für Länge und Breite in Frage kommen.

$$\text{Länge} : \text{Breite} = 3 : 2 \quad (\text{auch schreibbar als: } \frac{x}{y} = \frac{3}{2}).$$

Hier können wir den Quotienten $\frac{3}{2}$ als gekürzten Bruch verstehen. Wir können uns also auf die Suche nach Brüchen mit dem gleichen Wert begeben. Es kommen also in Frage:

$$\text{Länge} : \text{Breite} = 3:2 = 6:4 = 9:6 = 12:8 = 15:10 \dots \text{ usw.}$$

- d) In einem Rechteck mit der Breite 6cm beträgt das Verhältnis von Länge zu Breite 7 : 4. Wie gross ist die Länge?
(Dieses Problem wird jetzt mit Hilfe einer „Verhältnisgleichung“ gelöst)

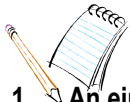
$$\frac{\text{Länge}}{\text{Breite}} = \frac{7}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{6} = \frac{7}{4} \quad || \cdot \text{HN (12)}$$

$$2x = 21 \quad || : 2$$

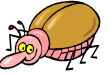
$$x = 10.5$$

Also misst die Länge 10.5 cm.

Bemerkungen / Fragen / Notizen:



Aufgaben „Verhältnisse und Verhältnisgleichungen“



1. An einer Abstimmung nehmen 4 von 13 Stimmberechtigten teil.

- a. Wie viele Menschen haben an der Abstimmung teilgenommen, wenn du weisst, dass es insgesamt 7.67 Millionen stimmberechtigte Personen gibt?

- b. Von den eingegangenen Stimmen haben die Ja – Stimmen ein Verhältnis von 5:3 gegenüber den Nein-Stimmen erreicht. Berechne die Anzahl Nein-Stimmen.

- c. Die zweite Vorlage wurde in einem Verhältnis von 7 : 3 abgelehnt. Berechne die Anzahl Ja- und Nein-Stimmen.

2. Eine Strecke von 16cm Länge wird in zwei Teilstrecken zerlegt. Berechne jede der beiden Teilstrecken:



- a. Wenn du weisst, dass sich die Teilstrecke 1 zur Teilstrecke 2 wie 5:3 verhält.

- b. Wenn die erste Teilstrecke doppelt so gross ist, wie die zweite.

- c. Wenn die erste Teilstrecke zwei drittel der zweiten Teilstrecke lang ist.

- d. Wenn sich die Teilstrecken wie 5: 13.2 verhalten.

3. Ein Geldbetrag wird auf zwei Personen verteilt. Berechne die beiden Anteile, wenn



- a. sich die Anteile wie 5:2 verhalten und ihre Summe CHF 670 beträgt.

- b. sich die Anteile wie 5 : 3.2 verhalten und ihre Differenz CHF 180.—beträgt.

- c. sich die Anteile wie 5: 19 verhalten und du weisst, dass die erste Person CHF 450 weniger erhält, als die zweite.

- d. sich die Anteile wie 3.5: 1.9 verhalten und die zweite Person CHF 380.—erhält.

4. Zwei Zahlen x und y verhalten sich wie 4: 9. Wie heissen die beiden Zahlen, wenn du weisst, dass



- a. die grössere der beiden 985 ist?

- b. die kleinere der beiden 985 ist?

- c. die Summe der beiden 988 beträgt?

- d. die Differenz der beiden 985 beträgt?

5. Zwei Zahlen x und y verhalten sich wie 7:4. Bestimme beide Zahlen, wenn zudem gilt:



- a. $x + y = 891$

- b. $8x + 7y = 542$



- c. $x - y = 429$



- d. $6x - 2y = 194$



6. Eine quaderförmige Baugrube von 50 m Länge, 40 m Breite und 4.5 m Höhe wird gleichzeitig von zwei verschieden grossen Baggern ausgehoben. Welches Erdvolumen hebt jeder der beiden Bagger aus, wenn

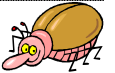
a) der kleine halb so viel baggert wie der grosse?



b) der grosse fünfmal so viel baggert wie der kleine?



c) die ausgebagerten Volumen sich verhalten wie 3.2 : 5.8 ?



7. Welche Zahlen musst du für die Variable einsetzen, damit alle Verhältnisse gleich jenem von 36 : 16 sind?

18 : a

b : 8

1 : c

d : 1

4.5 : e



8. Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Verhältnisgleichungen. Dabei ist die Grundmenge $\mathbb{G} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

a. $\frac{39}{6} = \frac{x}{11}$



b. $\frac{25.5}{19.25} = \frac{12}{x}$



c. $0.59 = \frac{12}{x}$



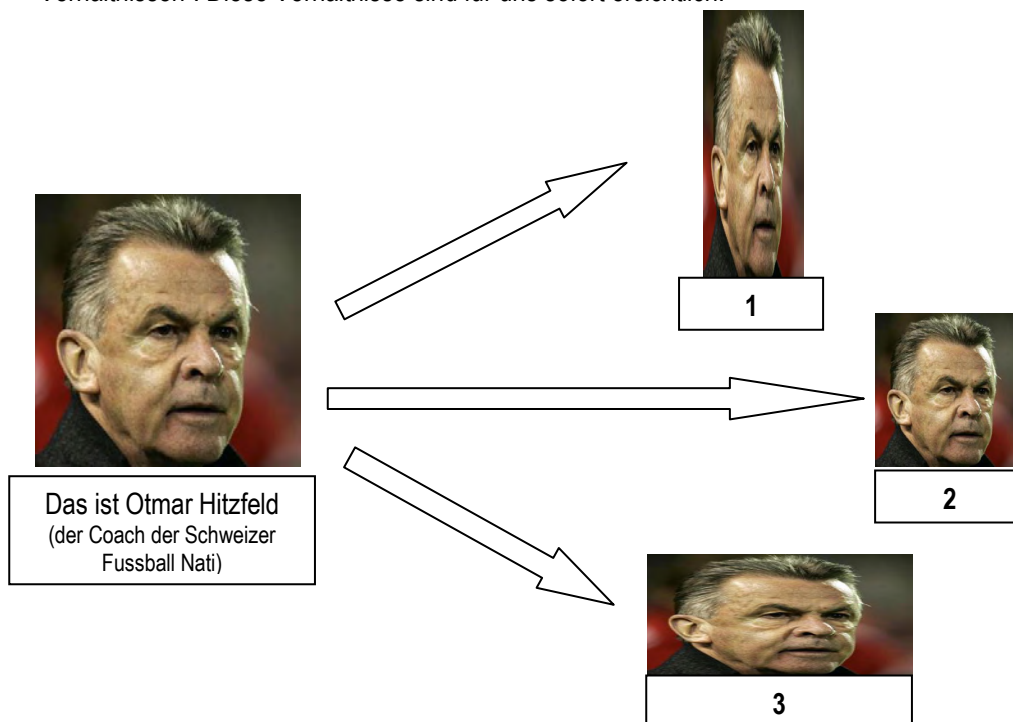
d. $\frac{x}{4} = \frac{x+3}{10}$



2. Proportionalität

1. Einführung und Anwendungsbeispiele

Auch der Begriff der „Proportion“ bedeutet nichts anderes als „Verhältnis“. Gerade bei heranwachsenden Jugendlichen (Teenager) spricht man häufig davon, dass die Proportionen des Körpers noch nicht so richtig stimmen, wenn man „zu lange Beine oder Arme für die Körpergrösse“ hat. Proportionalität bedeutet also nichts anderes, als „Rechnen mit Verhältnissen“. Diese Verhältnisse sind für uns sofort ersichtlich:



Otmar Hitzfelds Bild wird verkleinert. Dabei kann jeder von uns allen sofort erkennen, welches das „korrekt“ verkleinerte Bild ist (die Nr. 2). Denn nur dort stimmt die Proportion (das Verhältnis) von Länge zu Breite.

Proportionalität ist eines der wichtigsten Themen überhaupt, sie hat eine sehr grosse Alltagsbedeutung und kommt fast überall vor. Mit Proportionen rechnen zu können ist also ein Teil der Allgemeinbildung.

Anwendungsgebiete (Auswahl):

Kochen (Rezept für 4 Personen umrechnen, wenn man 6 oder 8 Gäste hat..)

Geld (Einkaufen, Geldwechsel bei Reisen..)

Kartenlesen, Pläne zeichnen (Kartenmassstab, ..)

2. Definition

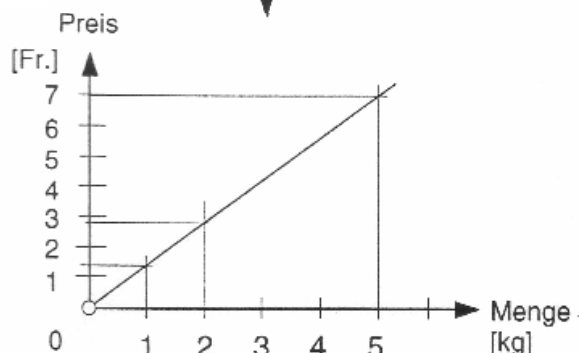
Zwei Grössen sind zueinander proportional, wenn alle entsprechenden Verhältnisse gleich sind.

1. Kartoffeln :

Menge [kg]	Preis [Fr.]
1	1.40
2	2.80
5	7.-

Der **Preis** verhält sich **proportional** zur **Menge**, denn:

$$\frac{1}{2} = \frac{1.40}{2.80} \quad \text{und} \quad \frac{2}{5} = \frac{2.80}{7}$$



2. Taschenrechner :

Anzahl TR	Preis [Fr.]
1	25.-
10	250.-
20	460.-

Der **Preis** verhält sich **nicht proportional** zur Stückzahl, denn:

$$\frac{1}{10} = \frac{25}{250} \quad \text{aber} \quad \frac{10}{20} \neq \frac{250}{460}$$

(Mengenrabatt stört die Proportionalität)

Die Beziehung zwischen zwei zueinander **proportionalen Grössen** wird im rechtwinkligen Koordinatensystem durch eine **Gerade** (einen Strahl), **die (der)** **durch den Nullpunkt geht**, veranschaulicht.

Bei Proportionalität ist der Quotient zweier Grössen konstant (immer gleich): $\frac{x}{y} = \text{konst.}$

3. Denkfiguren zur Überprüfung, ob sich zwei Grössen proportional verhalten

Ob sich zwei Grössen proportional verhalten, kann man anhand der Denkfiguren ganz einfach überprüfen:

Verwenden wir wiederum das Beispiel der Kartoffeln von oben:



Denkfigur 1:

Je grösser die Menge, **desto grösser** (höher) der Preis.

Zweimal gleichbedeutendes Wort:
grösser – grösser/höher

Denkfigur 2:

Wenn ich die **doppelte Menge** kaufe, zahle ich den **doppelten Preis**

Zweimal gleichbedeutendes Wort:
doppelt – doppelt

Denkfigur 3:

Wenn ich nichts kaufe, zahle ich auch nichts.

Überprüfen, ob bei der „Menge“ Null auch der „Preis“ Null herauskommt. (→ Nullpunkt!)

Wenn auf die beiden untersuchten Grössen (hier die Kartoffelmenge und ihr Preis) alle diese Denkfiguren stimmen

→ Proportionalität

4. Der Ansatz zum Auflösen von Proportionalität

Die folgende Aufgabe soll gelöst werden:

Eine Röhre liefert in 15 Minuten 9750 Liter Wasser. Wie lange dauert es, bis ein Reservoir mit einem Inhalt von 25350 Liter Wasser gefüllt ist?

Lösungsschema für Aufgaben mit Proportionalität:

a) Mit Denkfiguren überprüfen, ob es sich um Proportionalität handelt:

1. Je länger es dauert (mehr Zeit), desto mehr Wasser kommt aus der Röhre. → Das macht Sinn.
2. In der doppelten Zeit kommt doppelt so viel Wasser aus der Röhre → Auch das macht Sinn.
3. In 0 Sekunden kommt auch 0 Liter Wasser → scheint etwas theoretisch, aber eigentlich auch richtig.

→ Es handelt sich also wirklich um eine Proportionalität

b) Den Ansatz aufstellen und mit dem Proportionalitäts-Trick auflösen

Der sogenannte „Ansatz“ ist der wichtigste und erste Schritt beim Auflösen solcher Aufgaben. Es geht darum, **die gleichartigen Grössen untereinander zu schreiben und mittels einem Strich die zusammengehörigen** (also die aus der Aufgabenstellung heraus verknüpften) **Grössen zu verbinden**.

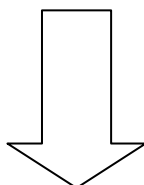
Hier sind die 9750 Liter Wasser mit 15 Minuten verknüpft und die gesuchte Zeitdauer x mit dem Inhalt von 25350 Liter Wasser.

	Zeit	Wassermenge	(Gleichartige Grössen untereinander)
Dies ist der „Ansatz“	15 min	9750 l	
	x min	25'350 l	

Für das Auflösen des Ansatz und damit dem Aufstellen einer Verhältnisgleichung für die Berechnung der gesuchten Grösse x gibt es nun zwei Möglichkeiten (Im Beispiel wird nur der 2. Weg durchgerechnet, es gibt aber bei beiden Versionen natürlich das gleiche Ergebnis)

1. Weg (vertikal, Verhältnisse der „gleichen“ Grössen bilden)

Dies geht auch von unten nach oben. **Immer aber für beide Grössen in die gleiche Richtung!**



$$\frac{15}{x} = \frac{9750}{25'350}$$

und jetzt nach x auflösen. (Mal Hauptnenner, etc.)

2. Weg (horizontal, Verhältnisse der verknüpften Grössen bilden)

Dies geht auch von rechts nach links. **Immer aber für beide Grössen in die gleiche Richtung!**



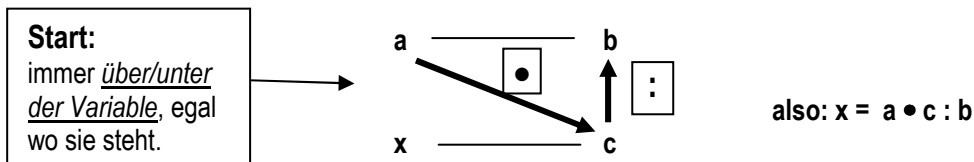
$$\frac{15}{9750} = \frac{x}{25'350}$$

und jetzt nach x auflösen. (Mal Hauptnenner, etc.)

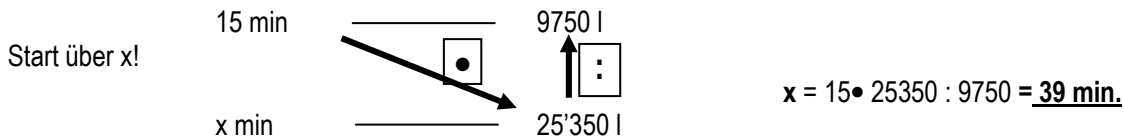
$$\begin{aligned} \frac{15}{9750} &= \frac{x}{25'350} && \text{||} \bullet \text{ HN (hier } 9750 \bullet 25350) \\ 380250 &= 9750x && \text{||} : 9750 \\ 39 &= x \end{aligned}$$

Es dauert 39 Minuten, bis das Reservoir gefüllt ist.

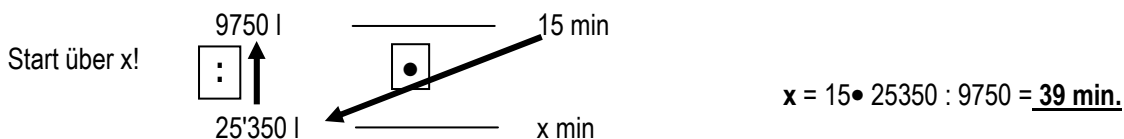
c) Kurzverfahren für Schnellanwender (Proportionalität):



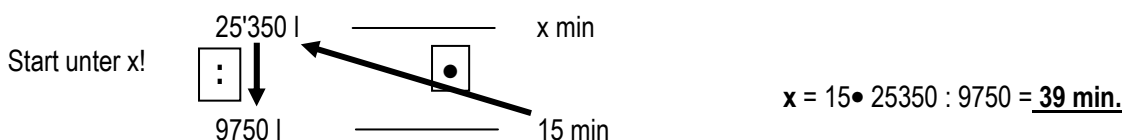
Beispiel 1 (wie im oberen Beispiel auch angegeben):



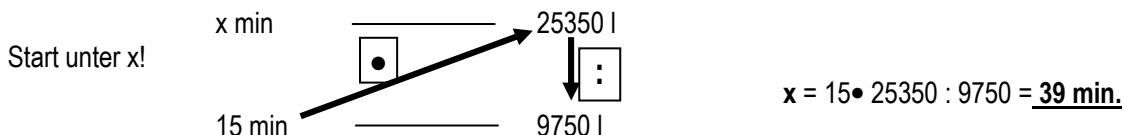
Beispiel 2 (vielleicht hat ja jemand beim Ansatz aufstellen mit den Litern links begonnen...):



Beispiel 3 (vielleicht hat ja jemand beim Ansatz aufstellen mit der gesuchten Wassermenge begonnen...):



Beispiel 4 (wie 3, aber mit Minuten zuerst....):



Wir stellen fest, dass es **keine Rolle spielt, wie genau man den Ansatz aufstellt, wichtig ist nur, dass die gleichartigen Grössen untereinander und die verknüpften Grössen nebeneinander** stehen. Danach kann man mit Hilfe der Verhältnisgleichung oder der Kurzform auf jeden Fall die korrekte Lösung herausfinden. Zusammengefasst noch einmal das Lösungsschema mit seinen Schritten:

1. **Denkfigur** anwenden und Herausfinden, ob es sich um eine Proportionalität handelt
2. Den **Ansatz aufstellen** (gleichartige Grössen unter-, verknüpfte Grössen nebeneinander)
3. Mit Hilfe von Verhältnisgleichungen oder dem Kurzverfahren **die gesuchte Grösse x ausrechnen**.

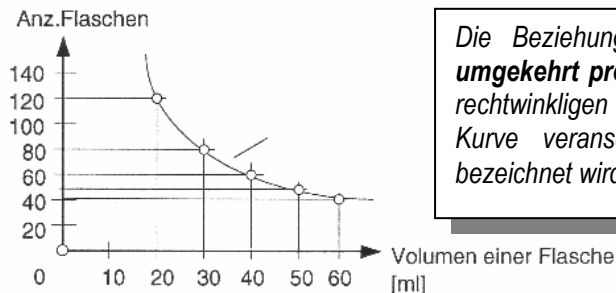
3. Umgekehrte Proportionalität

1. Definition

Zwei Grössen sind zueinander umgekehrt proportional, wenn alle Verhältnisse der einen Grösse gleich den entsprechenden umgekehrten Verhältnissen der anderen Grösse sind.

eine feste Anzahl Liter in
kleine Flaschen abfüllen

Volumen	Anzahl
20 ml	120
30 ml	80
50 ml	48
60 ml	40



Die Beziehung zwischen zwei zueinander **umgekehrt proportionalen Grössen** wird im rechtwinkligen Koordinatensystem durch eine Kurve veranschaulicht, die als **Hyperbel** bezeichnet wird.

Bei umgekehrter Proportionalität ist das Produkt zweier Grössen konstant: $x \cdot y = \text{konst.}$

2. Denkfiguren zur Überprüfung, ob sich zwei Grössen umgekehrt proportional verhalten

Ob sich zwei Grössen proportional verhalten, kann man anhand der Denkfiguren ganz einfach überprüfen:
Verwenden wir wiederum das Beispiel Flaschen von oben:



Denkfigur 1:

Je **grösser** der Flascheninhalt, **desto weniger** (kleiner) die Anzahl.

Zweimal entgegengesetztes Wort:
grösser – weniger / kleiner

Denkfigur 2:

Nimmt man den **doppelten Inhalt**, braucht's **halb so viele** Flaschen.

Zweimal entgegengesetztes Wort:
doppelt - halb

Denkfigur 3 (die ist sehr theoretisch...)

Bei Flaschen ohne Inhalt, braucht es unendlich viele.

Überprüfen, ob beim „Inhalt“ Null
eine unendlich grosse Anzahl
herauskommt.

Wenn auf die beiden untersuchten Grössen (hier die Anzahl Flaschen und der Inhalt pro Flasche) alle diese Denkfiguren stimmen

➔ **umgekehrte Proportionalität**

3. Der Ansatz zum Auflösen von umgekehrter Proportionalität

Die folgende Aufgabe soll gelöst werden:

Vier Maschinen teeren einen Strassenabschnitt in 18 Stunden. Wie lange dauert das Teeren, wenn die Baufirma 9 Maschinen einsetzt?

Lösungsschema für Aufgaben mit Proportionalität / umgekehrter Proportionalität:

a) Mit Denkfiguren überprüfen, ob es sich um Proportionalität oder umgekehrte Proportionalität handelt:

1. Je mehr Maschinen eingesetzt werden, desto weniger lang dauert das Teeren. ➔ Ist logisch, also korrekt.
2. Die doppelte Anzahl Maschinen braucht halb so lange. ➔ Das ist ebenfalls logisch und korrekt.
3. Wenn keine Maschinen arbeiten, dauert es unendlich lange ➔ hier ist das einleuchtend.

➔ In diesem Fall handelt es sich also um eine umgekehrte Proportionalität

b) Den Ansatz aufstellen und mit dem Trick für umgekehrte Proportionalität auflösen

Der Ansatz wird genau so aufgestellt, wie wir das schon bei der Proportionalität gemacht haben. Nur die Auflöse-Tricks sind anders.

Hier sind die 18 Stunden mit den vier Maschinen verknüpft und die gesuchte Zeitdauer x mit der Anzahl von 9 Maschinen.

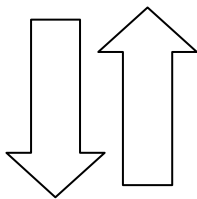
	Zeit		Anzahl Maschinen	(Gleichartige Grössen untereinander)
Dies ist der „Ansatz“	18 h	_____	4 Maschinen	
	x h	_____	9 Maschinen	

Für das Auflösen des Ansatz und damit dem Aufstellen einer Verhältnisgleichung für die Berechnung der gesuchten Grösse x gibt es nun zwei Möglichkeiten (Im Beispiel wird nur der 2. Weg durchgerechnet, es gibt aber bei beiden Versionen natürlich das gleiche Ergebnis)

1. Weg (vertikal, Verhältnisse der „gleichen“ Grössen bilden)

Achtung, eines der beiden Verhältnisse ist umgekehrt!

Dies geht auch zuerst nach oben, dann nach unten...



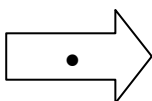
$$\frac{18}{x} = \frac{9}{4}$$

Hier ist das Verhältnis auf der rechten Seite umgekehrt!

und jetzt nach x auflösen. (Mal Hauptnenner, etc.)

2. Weg (horizontal, Produkte verknüpften Grössen bilden)

Dies geht auch von rechts nach links. **Immer aber für beide Grössen in die gleiche Richtung!**



$$18 \cdot 4 = x \cdot 9$$

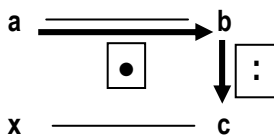
und jetzt nach x auflösen.

$$\begin{array}{rcl} 18 \cdot 4 & = & 9x \\ 72 & = & 9x \\ 8 & = & x \end{array} \quad \begin{array}{l} \parallel \vee \\ \parallel : 9 \end{array}$$

Es dauert 8 Stunden, bis die Strasse geteert ist.

c) Kurzverfahren für Schnellanwender (umgekehrte Proportionalität):

Start:
immer über/unter
der Variable, egal
wo sie steht.



$$\text{also: } x = a \cdot b : c$$

Beispiel 1 (wie im oberen Beispiel auch angegeben):

Start über x !

18h	_____	4 Maschinen
	•	↓
x h	_____	9 Maschinen

$$x = 18 \cdot 4 : 9 = \underline{8 \text{ h}}$$

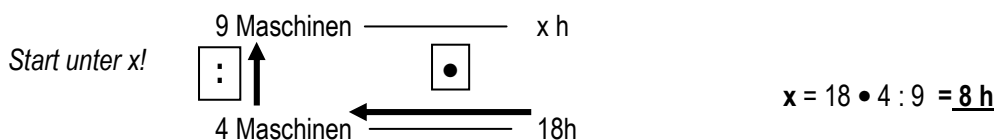
Beispiel 2 (vielleicht hat ja jemand beim Ansatz aufstellen mit den Maschinen links begonnen..):

Start über x !

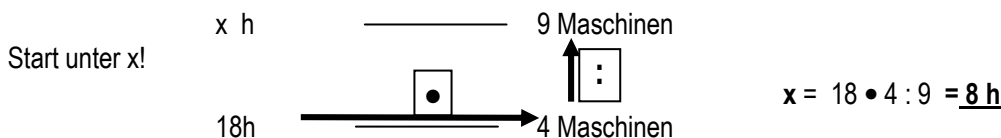
4 Maschinen	←	18h
↓	•	
9 Maschinen	_____	x h

$$x = 18 \cdot 4 : 9 = \underline{8 \text{ h}}$$

Beispiel 3 (vielleicht hat ja jemand beim Ansatz aufstellen mit der gesuchten Wassermenge begonnen...):



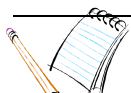
Beispiel 4 (wie 3, aber mit Minuten zuerst....):



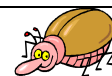
Umgang mit Proportionalität und umgekehrter Proportionalität:



1. **Denkfigur** anwenden und Herausfinden, ob es sich um eine Proportionalität oder eine umgekehrte Proportionalität handelt
2. Den **Ansatz aufstellen** (gleichartige Grössen unter-, verknüpfte Grössen nebeneinander)
3. Mit Hilfe von Verhältnisgleichungen oder dem Kurzverfahren **die gesuchte Grösse x ausrechnen**. Dabei beachten, dass für Proportionalität und umgekehrte Proportionalität verschiedene Lösungswege verwendet werden müssen.



Aufgaben „Proportionalität und umgekehrte Proportionalität“



1. Entscheide, ob sich die unten angegebenen Grössen proportional oder umgekehrt proportional verhalten. Achtung, es gibt einzelne Grössen, die sich weder noch verhalten.

Grösse 1	Grösse 2	Zusätzliche Info	proportional	umgekehrt proportional	weder noch
Ticketpreis	Konzertdauer		☐	☐	☐
Kistengrösse	Anzahl Kisten	feste Menge	☐	☐	☐
Telefondauer	Kosten	Festes Abo	☐	☐	☐
Telefondauer	Kosten	Prepaid-Abo	☐	☐	☐
Geschwindigkeit	Zeitdauer	feste Weglänge	☐	☐	☐
Anzahl Arbeiter	Zeitdauer	feste Arbeitsmenge	☐	☐	☐
Prüfungsnote	Punktzahl		☐	☐	☐
Lern-Aufwand	Zeugnisnote		☐	☐	☐
Schweizer Franken	Englische Pfund	Wechselkurse	☐	☐	☐
Rezept für 2 Pers.	Rezept für 4 Pers.	Zutatenmenge!	☐	☐	☐
Füllzeit	Kapazität Füllgerät	feste Füllmenge	☐	☐	☐

7. Ein Maler kann eine Wand mit einer 57cm breiten Rolle mit 90 „Strichen“ bemalen.

- a. Wie verhalten sich Rollenbreite und Anzahl Striche?
- b. Wie viele „Striche“ macht der Maler bei einer Rollenbreite von 45 cm?
- c. Wie viele „Striche“ macht der Maler bei einer Rollenbreite von 38 cm?
- d. Wie viele „Striche“ macht der Maler bei einer Rollenbreite von 95 cm?



8. Ein Formel 1 – Fahrer fährt mit seinem Boliden einige Testrunden. Berechne, wie lange das Befahren der 400 m langen Zielgeraden dauert.

- a. Wie verhalten sich die Fahrzeit zur Geschwindigkeit?
- b. Wie lange dauert das Befahren der Zielgeraden bei einer Geschwindigkeit von 240 km / h ?
- c. Wie lange dauert das Befahren der Zielgeraden bei einer Geschwindigkeit von 350 km / h ?
- d. Wie lange dauert das Befahren der Zielgeraden bei einer Geschwindigkeit von 168 km / h ?
- e. Wie lange hat Heinz mit dem Velo für die gleiche Strecke ? (Heinz fährt 24 km / h schnell)?



9. Heinz duscht während 15 Minuten. Sein Vater findet, der Wasserverbrauch wäre geringer, wenn Heinz ein Bad nehmen würde. Heinz prüft diese Behauptung: Er stellt fest, dass er beim Duschen pro Minute 7 Liter Wasser verbraucht, beim Baden mit 155 Litern Wasser rechnen müsste. Was wird er seinem Vater antworten?



10. Ein Reservoir fasst 35 m^3 Wasser. Mit der Zuleitung können pro Minute 200 Liter zu, mit der Abflussleitung 150 Liter abgeführt werden. Zu Beginn unserer Beobachtung ist das Reservoir zu $\frac{3}{5}$ gefüllt. Die Abflussleitung ist geschlossen. Wie lange dauert es, bis das Reservoir



- a) zu 80 % gefüllt ist? b) vollständig gefüllt ist?

11. Beim halbvollen Reservoir aus Aufgabe 10 wird die Zu- und Abflussleitung gleichzeitig geöffnet. Wie lange dauert es jetzt, bis das Reservoir zu $\frac{3}{4}$ gefüllt ist? (Arbeite mit einer Skizze!)



12. Von der billigen Sorte Tonbandkassetten kostet eine 45-minütige Kassette 3.90 Fr., die 120-minütige 6.50 Fr. Eine 120-minütige Kassette der höheren Qualität wird für 8.75 Fr. angeboten. Wie viel kostet eine gute 45-minütige Kassette, wenn das Preisverhältnis zwischen der 45-min. und der 120-min. bei beiden Qualitäten gleich ist?



4. Spezielle Anwendung: Geldwechsel

1. Definition

Wer kennt das nicht: Man reist in die Ferien und möchte in den örtlichen Einkaufsgeschäften, auf dem Markt oder im Restaurant auch einmal einkaufen gehen. Dafür braucht man aber die passende Landeswährung. Entsprechend muss man also das hier übliche Schweizer Geld (Schweizer Franken, kurz: CHF) am Bankschalter in die nötige Landeswährung des Ferienlandes wechseln (z.B. in Euro, kurz €). Je nach dem, ob man am Ende der Ferien noch Geld übrig hat, kann man es wieder in Schweizer Franken zurückwechseln. Wenn man also **Geld von der einen Währung in die andere umtauscht, spricht man von Geldwechsel**. Dazu gehören die Wechselkurse.

Geldkurse verhalten sich in jedem Fall proportional.

2. Wechselkurse:

Tritt man in eine Bank ein oder läuft am entsprechenden Schaufenster vorbei, findet man immer die Angabe der Wechselkurse. Am 5. März 2006 zum Beispiel präsentierte die UBS die folgenden Wechselkurse:

Land	Währungsname	Abkürzung	Referenz	Ankauf	Verkauf
USA	US-Dollar (\$)	USD	1	1.2550	1.3450
Grossbritannien	Britisches Pfund (£)	GBP	1	2.2000	2.3600
EWU	Euro (€)	EUR	1	1.5340	1.5940
Schweden	Schwedische Krone	SEK	100	15.7000	17.3500
Norwegen	Norwegische Krone	NOK	100	18.7000	20.4000
Dänemark	Dänische Krone	DKK	100	20.1000	21.8500
Japan	Yen	JPY	100	1.0650	1.1650
Australien	Australien-Dollar	AUD	1	0.9250	1.0200
Kanada	Kanadischer Dollar	CAD	1	1.1025	1.1900
Hongkong	Hong-Kong-Dollar	HKD	100	16.1000	18.1000
Neuseeland	Neuseeland-Dollar	NZD	1	0.8300	0.9050
Singapur	Singapur-Dollar	SGD	100	76.4000	84.4000

Erklärung zu dieser Wechselkurs-Tabelle:

Die **Zahlen unter „Ankauf“ und „Verkauf“** sind immer in der **Landeswährung angegeben** (in der Schweiz also in Schweizer Franken (CHF)).

Referenz: Hier wird angegeben, ob der angegebene Kurs für einen (1) oder für hundert (100) Einheiten der jeweiligen Landeswährung gilt (in der Schweiz also zu 1 oder 100 Schweizer Franken).

Die Referenz wird selten angegeben, man muss also wissen (lernen), welche Währungen zu 100, welche zu 1 angegeben sind.

Die für uns wichtigsten Währungen \$, € und £ sind immer zu 1 angegeben, die Kronen der skandinavischen Länder und der Japanische Yen sind zu 100 angegeben.

Die Begriffe „Ankauf“ und „Verkauf“ sind aus Sicht der Bank zu verstehen:

Ankauf: Die Bank kauft dem Kunden die Fremdwährung ab und bezahlt die unter „Ankauf“ angegebene Anzahl Landeswährung (hier CHF) dafür.

Ein Kunde kommt mit 100 US-Dollar und möchte die in CHF wechseln. Die Bank bezahlt 1.2550 PRO USD 1 (Referenz 1). Total also $100 \bullet 1.2550 = \text{CHF } 125.50$ Dies heisst also, dass der Kunde für seine 100 US – Dollar 125.50 Franken erhält.

Verkauf Die Bank verkauft dem Kunden die Fremdwährung und verlangt die unter „Verkauf“ angegebene Anzahl Landeswährung (hier CHF) dafür.

Ein Kunde kommt und möchte 100 US-Dollar haben und dafür CHF „bezahlen“. Die Bank verlangt 1.3450 PRO USD 1 (Referenz 1), im Total also $100 \bullet 1.3450 = \text{CHF } 134.50$. Dies bedeutet, dass der Kunde für 100 US Dollar genau 134.50 bezahlen muss.

Fazit: Die Bank macht natürlich mit dem Geldwechsel ein Geschäft.

Es lohnt sich also, genau zu rechnen und abzuschätzen, wie viel von der Fremdwährung man braucht, damit man die „Kursverluste“ möglichst gering halten kann.



Land	Währungsname	Abkürzung	Referenz	Ankauf	Verkauf
USA	US-Dollar (\$)	USD	1	1.2550	1.3450
Grossbritannien	Britisches Pfund (£)	GBP	1	2.2000	2.3600
EWU	Euro (€)	EUR	1	1.5340	1.5940
Schweden	Schwedische Krone	SEK	100	15.7000	17.3500
Norwegen	Norwegische Krone	NOK	100	18.7000	20.4000
Dänemark	Dänische Krone	DKK	100	20.1000	21.8500
Japan	Yen	JPY	100	1.0650	1.1650
Australien	Australien-Dollar	AUD	1	0.9250	1.0200
Kanada	Kanadischer Dollar	CAD	1	1.1025	1.1900
Hongkong	Hong-Kong-Dollar	HKD	100	16.1000	18.1000
Neuseeland	Neuseeland-Dollar	NZD	1	0.8300	0.9050
Singapur	Singapur-Dollar	SGD	100	76.4000	84.4000

-

Berechnungen:

- a) \$ _____
b) £ _____
c) HKD _____
d) SEK _____
e) € _____
f) CAD _____
g) NZD _____

-

Berechnungen:

- a) \$ 125
- b) AUD 168
- c) HKD 6875
- d) SEK 12'387
- e) € 165
- f) CAD 2569
- g) DKK 789

5. Herr Bauer reist nach Frankreich. Er hat vor seiner Abreise in der Schweiz CHF 753.-- in Euro gewechselt. Im Laufe seines Aufenthaltes stellt er fest, dass er noch mehr Geld braucht und wechselt in Frankreich weitere CHF 435.-- in € um (Ankauf 0.64, Verkauf 0.71)

- Wie viele Euro hat er total gekauft?
- Am Schluss seiner Reise hat er noch $\frac{1}{8}$ der total gekauften Euro übrig. Ist es für ihn nun günstiger, diese Euro in Frankreich in CHF zu wechseln oder soll er das besser in der Schweiz machen?

9. Javier Augusto möchte nach Rio de Janeiro in Brasilien reisen. Dazu holt er auf der Bank 12'000 Real (das ist die Landeswährung von Brasilien). Einen Tag vor der Abreise bricht er sich aber das Bein und kann nicht reisen. Er bringt seine 12'000 Real zurück und wechselt sie wieder in Schweizer Franken. 



- Berechne, wie viele Schweizer Franken Javier für seine 12'000 Real bezahlen muss
- Berechne, wie viele Schweizer Franken er für seine 12'000 Real wieder erhält.
- Javier ärgert sich über den grossen Verlust, den ihm dieses Tauschgeschäft eingebracht hat. Berechne, wie viele Monate er mit dem verlorenen Geld jeweils mittags hätte essen können, wenn ein Mittagessen CHF 9.60 kostet. (Pro Monat isst er 30 Mal zu Mittag.)

Verwende wiederum die untenstehenden Wechselkurse!

Ort:	Referenz:	Ankauf	Verkauf
Zürich	1 Real	CHF 0.35	CHF 0.65

10. John Fishandchips wechselt für seine Reise nach London CHF 1'062.—und erhält dafür £ 450.—. Weil er nun etwas früher nach Hause kommt als geplant, bringt er einen Teil des Geldes zurück. Dieses wechselt er in Pfäffikon zum „Ankauf“-Kurs von 2.24 in CHF zurück. Durch das zweimalige Wechseln entsteht ein Wechselverlust von CHF 9.-- . Wie viele Britische Pfund hat John aus London zurückgebracht? 

